

SỞ GD-ĐT VĨNH PHÚC
TRƯỜNG THPT CHUYÊN
VĨNH PHÚC

THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN V NĂM HỌC 2012 – 2013

Môn: Toán – Khối A, A1

Thời gian: 180 phút

Ngày thi:

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết rằng tiếp tuyến đó tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân.

Câu 2. Giải phương trình $\frac{\tan x \cos 3x + 2 \cos 2x - 1}{1 - 2 \sin x} = \sqrt{3} (\sin 2x + \cos x)$

Câu 3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x-3y} - \sqrt{5x-y} = 2 \\ 15\sqrt{5x-y} + 22x + 4y = 15 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$

Câu 4. Tính tích phân $I = \int_1^9 \frac{\ln(16-x)}{\sqrt{x}} dx$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình chữ nhật, với $AB = 3, BC = 6$, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng ($ABCD$), hình chiếu của S trên mặt phẳng ($ABCD$) nằm trên tia đối của tia AB ; các mặt phẳng (SBC) và (SCD) cùng tạo với mặt phẳng đáy các góc bằng nhau. Hơn nữa, khoảng cách giữa các đường thẳng BD và SA bằng $\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp và cosin góc giữa hai đường thẳng SA và BD .

Câu 6. Với x, y là các số thực lớn hơn 1; tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^3 + y^3 - x^2 - y^2}{(x-1)(y-1)} + 2(x^2 + y^2) - 16\sqrt{xy}$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (Thí sinh chỉ được chọn một trong hai phần, phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu 7a. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$. Biết rằng các đường thẳng AB, BD lần lượt có phương trình $x - y + 2 = 0, 2x + y - 1 = 0$ và điểm $M(2; 0)$ nằm trên đường thẳng CD ; hãy tìm tọa độ tâm của hình thoi.

Câu 8a. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ và hai điểm $A(1; -5; 6), B(3; -3; 7)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A, B và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 3.

Câu 9a. Giải phương trình $(3 - \sqrt{5})^x + 15(3 + \sqrt{5})^x = 2^{x+3} \quad (x \in \mathbb{R})$

B. Theo chương trình nâng cao

Câu 7b. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $\omega: x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác đều ABC ngoại tiếp ω biết rằng A nằm trên đường thẳng $y = -1$ và có hoành độ dương.

Câu 8b. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $5x - z - 4 = 0$ và hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}; \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$. Hãy viết phương trình của mặt phẳng (Q)

song song với (P), theo thứ tự cắt d_1, d_2 tại A, B sao cho $AB = \frac{4\sqrt{5}}{3}$.

Câu 9b. Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn phương trình $z^2 + \bar{z} = 0$. Khi đó, tính tổng lũy thừa bậc 4 của tất cả các nghiệm của phương trình đã cho.

Chú ý. Học sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

SỞ GD-ĐT VINH PHÚC
TRƯỜNG THPT CHUYÊN
VINH PHÚC

THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN V NĂM HỌC 2012 – 2013
HD chấm môn TOÁN – Khối A, A1

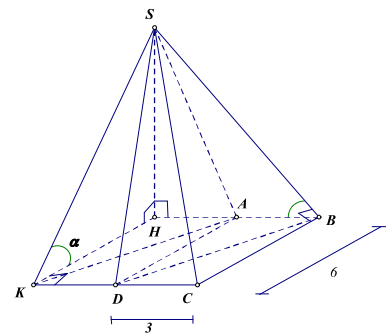
Hướng dẫn chung:

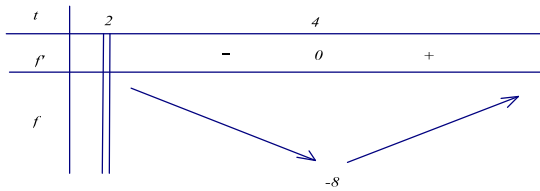
- Mỗi một bài toán có thể có nhiều cách giải, trong HDC này chỉ trình bày sơ lược một cách giải. Học sinh có thể giải theo nhiều cách khác nhau, nếu đủ ý và cho kết quả đúng, giám khảo vẫn cho điểm tối đa của phần đó.
- Câu (Hình học không gian), nếu học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình chính của bài toán, thì không cho điểm; câu (Hình học giải tích) không nhất thiết phải vẽ hình.
- Điểm toàn bài chấm chi tiết đến 0.25, không làm tròn.

HDC này có **04** trang.

Câu	Nội dung trình bày	Điểm
1	1. TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$	0.25
	Sự biến thiên: $y' = -\frac{3}{(2x-1)^2} < 0 \quad \forall x \neq \frac{1}{2}$. Suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ và hàm số không có cực trị	0.25
	Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \dots = \frac{1}{2}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \dots = \frac{1}{2}$; $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} y = \dots = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} y = \dots = +\infty$ Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ làm tiệm cận ngang, đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ làm tiệm cận đứng. Bảng biến thiên	0.25
	Đồ thị - Cắt Ox tại $(-1; 0)$, cắt Oy tại $(0; -1)$; - Tâm đối xứng $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$	0.25
	2. Đồ thị hàm số không có tiếp tuyến dạng thẳng đứng. Giả sử tìm được đường thẳng t tiếp xúc với đồ thị tại điểm có hoành độ x_0 . Khi đó, tiếp tuyến t có hệ số góc $k = y'(x_0) = -\frac{3}{(2x_0-1)^2}$.	0.25
	Do hai trục tọa độ vuông góc với nhau, t tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân, nên tam giác đó là tam giác vuông cân. Nghĩa là $k = \pm 1$	0.25
	Với $k = 1$, ta có phương trình $-\frac{3}{(2x_0-1)^2} = 1$, vô nghiệm	0.25

	Với $k = -1$, ta có phương trình $-\frac{3}{(2x_0-1)^2} = -1$, tìm được $x_0 = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$ Từ đó, tìm được hai tiếp tuyến $y = -x + 1 - \sqrt{3}$ và $y = -x + 1 + \sqrt{3}$ thỏa mãn yêu cầu.	0.25
2	ĐK $\cos x \neq 0$ và $\sin x \neq \frac{1}{2}$	0.25
	Nhận xét $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x = \cos x(4\sin^2 x - 1)$, $2\cos 2x - 1 = 1 - 4\sin^2 x$ nên đưa được phương trình về dạng $(4\sin^2 x - 1)(\sin x + \sqrt{3}\cos x - 1) = 0$	0.25
	Giải phương trình $4\sin^2 x - 1 = 0$, kết hợp với điều kiện, được hai họ nghiệm $x = -\frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $x = \frac{7\pi}{6} + \ell \cdot 2\pi, \ell \in \mathbb{Z}$. Giải phương trình $\sin x + \sqrt{3}\cos x - 1 = 0$, kết hợp với điều kiện, được $x = -\frac{\pi}{6} + n \cdot 2\pi, n \in \mathbb{Z}$	0.25
	Kết luận nghiệm	0.25
3	Điều kiện $x - 3y \geq 0, 5x - y \geq 0$	0.25
	Đặt $\sqrt{x - 3y} = a \geq 0, \sqrt{5x - y} = b \geq 0$, để ý rằng $22x + 4y = -3(x - 3y) + 5(5x - y)$ ta được hệ $\begin{cases} a - b = 2 & (1) \\ -3a^2 + 5b^2 + 15b = 15 & (2) \end{cases}$	0.25
	Từ (1) suy ra $a = b + 2$, thay vào (2), rút gọn, được $2b^2 + 3b - 27 = 0$. Giải phương trình, thu được $b = 3$ (do $b \geq 0$) và do đó $a = 5$.	0.25
	Từ đó, được hệ $\begin{cases} x - 3y = 25 \\ 5x - y = 9 \end{cases}$, từ đó thu được $(x; y) = \left(\frac{1}{7}; -\frac{58}{7}\right)$. Đối chiếu điều kiện và kết luận	0.25
4	Đặt $\sqrt{x} = t$, khi đó $1 \leq x \leq 9 \sim 1 \leq t \leq 3, dx = 2t dt$ và	0.25
	$I = 2 \int_1^3 \ln(16 - t^2) dt = 2 \left(t \ln(16 - t^2) \Big _1^3 + 2 \int_1^3 \frac{t^2}{16 - t^2} dt \right) = 6 \ln 7 - 2 \ln 15 + 4 \int_1^3 \frac{t^2}{16 - t^2} dt$	0.25
	Tính tích phân $\int_1^3 \frac{t^2}{16 - t^2} dt = \int_1^3 \left(-1 + \frac{2}{4 - t} + \frac{2}{4 + t} \right) dt = \dots = -2 + 2 \ln 7 - 2 \ln \frac{5}{3}$	0.25
	Vậy $I = \dots = -2 + 4 \ln \frac{7}{5}$	0.25
5	Gọi H là hình chiếu của S trên $(ABCD)$ và K là hình chiếu của H trên CD . Khi đó, do giả thiết $\angle SBH = \angle SKH = \alpha$ và $HK \parallel BC, HK = BC$. Suy ra $HBCK$ là hình vuông, A là trung điểm HB , D là trung điểm KC (Hình vẽ). Do đó $HB = HK = BC = KC = 6$ và $SH = 6 \tan \alpha$.	0.25
	Do $AK \parallel BD$ và $HADK$ là hình chữ nhật, nên	0.25



	$\sqrt{6} = d(BD; SA) = d(BD; (SAK)) = d(D; (SAK)) = d(H; (SAK))$	
	Từ đó $\frac{1}{6} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HA^2} + \frac{1}{HK^2} \Rightarrow \dots \Rightarrow HS = 6$. Suy ra $\alpha = 45^\circ$. Từ đó $V_{S.ABCD} = \dots = 36$ (đ.v.t.t)	0.25
	Từ chứng minh trên suy ra $AK = BD = 3\sqrt{5} = SA, SK = 6\sqrt{2}$. Từ đó, theo định lý cô-sin, $\cos \angle SAK = \frac{SA^2 + AK^2 - SK^2}{2 \cdot SA \cdot AK} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 5 - 36 \cdot 2}{2 \cdot 9 \cdot 5} = \frac{1}{5}$	0.25
6	Đặt $x + y = t > 2$, khi đó do $(x + y)^2 \geq 4xy$ nên $xy \leq \frac{t^2}{4}$; hơn nữa $x^3 + y^3 = t^3 - 3txy \geq t^3 - \frac{3t^2}{4}$ và $2(x^2 + y^2) \geq t^2$	0.25
	Khi đó $P = \frac{x^3 + y^3 - (x^2 + y^2)}{xy - (x + y) + 1} + 2(x^2 + y^2) - 16\sqrt{xy} \geq \frac{t^3 - t^2 - \frac{t^2(3t-2)}{4}}{\frac{t^2}{4} - t + 1} + t^2 - 8t = \frac{t^2}{t-2} + t^2 - 8t$	0.25
	Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2}{t-2} + t^2 - 8t, t > 2$ ta thấy $f(t)$ liên tục và $f'(t) = (t-4) \left(\frac{t}{(t-2)^2} + 2 \right), f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$. Ta có bảng biến thiên sau 	0.25
	Từ bảng biến thiên, suy ra $f(t) \geq -8$, dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $t = 4$. Vậy $P \geq -8$, dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x + y = 4, x = y \Leftrightarrow x = y = 2$. Suy ra, GTNN của P bằng -8 , đạt được khi và chỉ khi $x = y = 2$.	0.25
7a	+ Từ giả thiết, tìm được $B\left(-\frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right)$ là giao điểm của AB và BD .	0.25
	+ Gọi $N(x; y)$ là điểm đối xứng với $M(2; 0)$ qua BD . Khi đó, tìm được $N\left(\frac{24}{5}; \frac{7}{5}\right)$ và $N \in (CD)$	0.25
	+ Đường thẳng CD có phương trình $...5x - 5y - 17 = 0$. Từ đó, do D là giao điểm của các đường thẳng CD và BD nên tìm được $D\left(\frac{22}{15}; -\frac{29}{15}\right)$	0.25
	+ Do tâm I của hình thoi là trung điểm BD , nên tìm được $I\left(\frac{17}{30}; -\frac{4}{30}\right)$	0.25
8a	(S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 5$.	0.25
	Giả sử tìm được mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$, với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$, thỏa mãn yêu cầu. Do nên $A, B \in (P)$ nên $a - 5b + 6c + d = 0, 3a - 3b + 7c + d = 0$ suy ra $c = -2(a + b), d = 11a + 17b$. do đó, phương trình (P) có dạng $ax + by - 2(a + b)z + 11a + 17b = 0$	0.25
	Do (P) cắt (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 3 nên $d(I; (P)) = 4$, điều này tương đương với	0.25

	$\frac{ a-2b-6a-6b+11a+17b }{\sqrt{a^2+b^2+4(a+b)^2}} = 4 \Leftrightarrow \dots b^2 - 20ab - 44a^2 = 0 \Leftrightarrow b = -2a \vee b = 22a$	
	Với $b = -2a, \dots$ được $(P): x - 2y + 2z - 23 = 0$ Với $b = 22a, \dots$ được $(P): x + 22y - 46z + 374 = 0$.	0.25
9a	Chia hai vế cho $2^x > 0$, đặt $\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x = t > 0$, chú ý $\frac{3-\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{2} = 1$, ta được phương trình $t^2 - 8t + 13 = 0$. Giải phương trình, thu được $t = 3$ và $t = 5$	0.5
	Với $t = 3, \dots$ tìm được $x = \log_{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} 3$	0.25
	Với $t = 5, \dots$ tìm được $x = \log_{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} 5$	0.25
7b	ω có tâm $I(1; 2)$ và bán kính $R = 3$. Giả sử tìm được tam giác ABC thỏa mãn, với $A(a; -1), a > 0$.	0.25
	Khi đó do $IA = 2R = 6, a > 0$ nên tìm được $a = 6$. Do đó $A(6; -1)$.	0.25
	Khẳng định đường thẳng $y = -1$ tiếp xúc với ω tại $M(1; -1)$, nên nếu B nằm trên đường thẳng này thì M là trung điểm AB và C thỏa mãn $\overrightarrow{IC} = -2\overrightarrow{IM}$	0.25
	Từ đó, tìm được $B(-4; -1), C(1; 8)$	0.25
8b	d_1 có phương trình tham số $x = 1+t, y = -t, z = -1+2t$ và d_2 có phương trình tham số $x = 1+2s, y = 2+s, z = -1+s$; mặt phẳng (Q) cần tìm có phương trình $5x - z + d = 0, d \neq -4$	0.25
	(Q) cắt d_1 tại $A\left(\frac{-3-d}{3}; \frac{6+d}{3}; \frac{-15-2d}{3}\right)$, cắt d_2 tại $B\left(\frac{-3-2d}{9}; \frac{12-d}{9}; \frac{-15-d}{9}\right)$	0.25
	Suy ra $\overrightarrow{AB} = \left(\frac{6-5d}{9}; \frac{-6-7d}{9}; \frac{30+5d}{9}\right) = \frac{1}{9}(6-5d; -6-7d; 30+5d)$	0.25
	Do $AB = \frac{4\sqrt{5}}{3}$ nên $\frac{1}{81}((6-5d)^2 + (-6-7d)^2 + (30+5d)^2) = \frac{80}{9} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow 11d^2 + 36d + 28 = 0$ Từ đó, tìm được $d = -2$ và $d = \frac{14}{11}$. Vậy, tìm được hai mặt phẳng thỏa mãn $(Q_1): 5x - z - 2 = 0$ và $(Q_2): 55x - 11z + 14 = 0$.	0.25
9b	$z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$. Suy ra $z^2 = a^2 - b^2 + 2abi, \bar{z} = a - bi$. Vậy $z^2 + \bar{z} = 0 \Leftrightarrow (a^2 - b^2 + a) + (2ab - b)i = 0$	0.25
	Từ đó, thu được $\begin{cases} a^2 - b^2 + a = 0 \\ 2ab - b = 0 \end{cases}$. Giải hệ, thu được $(a; b) = (0; 0), (-1; 0), \left(\frac{1}{2}; \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	0.25
	Vậy có bốn số phức $z_1 = 0, z_2 = -1, z_3 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_4 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ thỏa mãn phương trình đã cho.	0.25
	Để ý rằng, do z_k là nghiệm của phương trình đã cho, nên $z_k^4 = \overline{z_k}^2$, do đó $z_1^4 + z_2^4 + z_3^4 + z_4^4 = 1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 = \frac{1}{2}.$	0.25

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{-1}{3}x^3 + x - \frac{2}{3}$ có đồ thị là (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Gọi M là điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ $x = 2$. Tìm các giá trị của tham số m để tiếp tuyến với (C) tại M song song với đường thẳng $d: y = (m^2 - 4)x + \frac{9m + 5}{3}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $\frac{2(1 + \cot 2x \cdot \cot x)}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^4 x} = 48$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $2x \cdot \log_3 x - 4 \log_3 x - x + 1 > 0$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{1 - x^2}{x + x^3} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành $AB = 5, BC = 6, AC = 9$; $SA = SB = SC = \frac{27}{4}$.

Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $a + b + c = 0$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2^a}{16^a + 2.4^a + 2.4^b + 7} + \frac{2^b}{16^b + 2.4^b + 2.4^c + 7} + \frac{2^c}{16^c + 2.4^c + 2.4^a + 7}$.

II. PHẦN RIÊNG (Thí sinh chỉ được một trong hai phần riêng, phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu 7a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): 3x + y - 4 = 0$ và elip

$(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Viết phương trình đường thẳng Δ vuông góc với (d) mà Δ cắt (E) tại hai điểm A, B sao

cho tam giác OAB có diện tích bằng 3.

Câu 8a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua O , vuông góc với mặt phẳng $(Q): 5x - 2y + 5z = 0$ và tạo với mặt phẳng $(R): x - 4y - 8z + 6 = 0$ góc 45° .

Câu 9a (1,0 điểm) Tìm số phức z biết: $|z - 1| = 1$ và số phức $(1 + i)(\bar{z} - 1)$ có phần ảo bằng 1.

B. Theo chương trình nâng cao

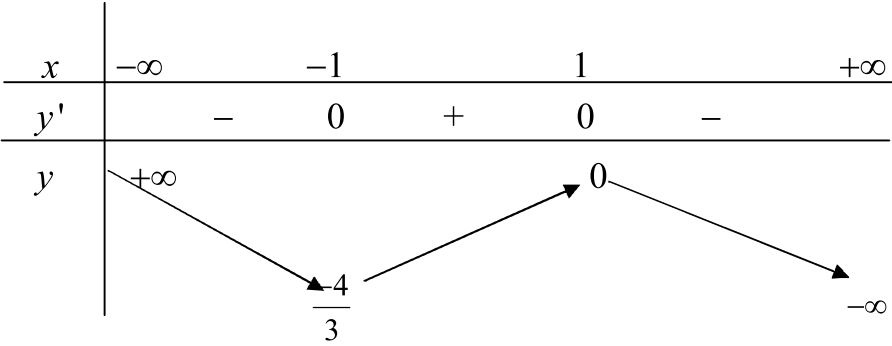
Câu 7b (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại đỉnh $A(4; -13)$ và phương trình đường tròn nội tiếp tam giác ABC là $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$. Lập phương trình đường thẳng chứa cạnh BC của tam giác ABC .

Câu 8b (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1): \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}; (d_2): \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$. Lập phương trình đường thẳng (d) song song với mặt phẳng (P) và cắt $(d_1), (d_2)$ lần lượt tại A, B sao cho độ dài đoạn AB đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 9b (1,0 điểm). Tìm số phức z sao cho $\frac{z-i}{z+i}$ có một argumen bằng $\frac{\pi}{2}$ và $|z+1| = |\bar{z}-i|$.

.....HẾT.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Câu	Ý	Nội dung	Điểm																				
1			2,00																				
	a		1,00																				
		<p>*) Hàm số có tập xác định: $D = R$</p> <p>*) Sự biến thiên</p> <p>+) Chiều biến thiên : $y = \frac{-1}{3}x^3 + x - \frac{2}{3} \Rightarrow y' = -x^2 + 1; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$</p> <p>$y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-1;1); y' < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$</p> <p>Hàm số đồng biến trên $(-1;1)$</p> <p>Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$</p>	0,25																				
		<p>+) Cực trị:</p> <p>Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1; y_{CT} = y(-1) = \frac{-4}{3}$</p> <p>Hàm số đạt cực đại tại $x = 1; y_{CT} = y(1) = 0$</p> <p>+) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-1}{3}x^3 + x - \frac{2}{3} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x^3 \cdot \left(\frac{-1}{3} + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{3x^3} \right) \right] = -\infty$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-1}{3}x^3 + x - \frac{2}{3} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x^3 \cdot \left(\frac{-1}{3} + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{3x^3} \right) \right] = +\infty$</p>	0,25																				
		<p>+) Bảng biến thiên:</p> <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td></td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td></td><td></td><td>0</td><td></td></tr></table> 	x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	y'		$-$	0	$+$	0	$-$	y	$+\infty$				0		0,25
x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$																		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$																	
y	$+\infty$				0																		
		<p>*) Đồ thị hàm số (học sinh tự vẽ hình)</p> <p>Đồ thị hàm số cắt Ox tại các điểm $(1;0)$ và $(-2;0)$; cắt Oy tại $\left(0;\frac{-2}{3}\right)$</p> <p>Đồ thị nhận điểm uốn $\left(0;\frac{-2}{3}\right)$ là tâm đối xứng .</p>	0,25																				
b			1,00																				

	Ta có $y(2) = \frac{-4}{3} \Rightarrow M\left(2; \frac{-4}{3}\right)$	0,25
	Tiếp tuyến Δ với (C) tại M có phương trình : $y = y'(2) \cdot (x - 2) - \frac{4}{3} \Leftrightarrow y = -3(x - 2) - \frac{4}{3} \Leftrightarrow y = -3x + \frac{14}{3}$	0,25
	Ta có $\Delta // d \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 = -3 \\ \frac{9m + 5}{3} \neq \frac{14}{3} \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 1 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$. Vậy $m = -1$	0,25
2		1,00
	Điều kiện $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0$. Ta có $1 + \cot 2x \cdot \cot x = 1 + \frac{\cos 2x}{\sin 2x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\cos 2x \cdot \cos x + \sin 2x \cdot \sin x}{\sin 2x \cdot \sin x}$ $= \frac{\cos x}{2 \sin^2 x \cdot \cos x} = \frac{1}{2 \sin^2 x}$	0,25
	Do vậy $\frac{2(1 + \cot 2x \cdot \cot x)}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^4 x} = 48 \Leftrightarrow \frac{1}{\sin^4 x} + \frac{1}{\cos^4 x} = 48$ $\Leftrightarrow \sin^4 x + \cos^4 x = 48 \cdot \sin^4 x \cdot \cos^4 x \Leftrightarrow 1 - 2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x = 3 \cdot \sin^4 2x$ $\Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = 3 \cdot \sin^4 2x \Leftrightarrow 6 \sin^4 2x + \sin^2 2x - 2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 2x = \frac{1}{2} \\ \sin^2 2x = -\frac{2}{3} \end{cases}$	0,25
	Phương trình $\sin^2 2x = \frac{-2}{3}$ vô nghiệm. $\sin^2 2x = \frac{-2}{3} \Rightarrow \sin 2x \neq 0$	0,25
	Vậy $\frac{2(1 + \cot 2x \cdot \cot x)}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^4 x} = 48 \Leftrightarrow \sin^2 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 - 2 \sin^2 2x = 0$ $\Leftrightarrow \cos 4x = 0 \Leftrightarrow 4x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k \frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$	0,25
3		1,00

Điều kiện $x > 0$

Với điều kiện đó

$$2x \cdot \log_3 x - 4 \log_3 x - x + 1 > 0 \Leftrightarrow (2x - 4) \log_3 x > x - 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ \log_3 x > \frac{x-1}{2x-4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ \log_3 x - \frac{x-1}{2x-4} > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ \log_3 x < \frac{x-1}{2x-4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ \log_3 x - \frac{x-1}{2x-4} < 0 \end{cases}$$

0,25

Xét hàm $f(x) = \log_3 x - \frac{x-1}{2x-4}$ trên $D = (0; 2) \cup (2; +\infty)$

Ta thấy $f'(x) = \frac{1}{x \ln 3} + \frac{2}{(2x-4)^2} \Rightarrow f'(x) > 0 \forall x \in D$

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(0; 2)$ và $(2; +\infty)$

0,25

Mà $f(3) = f(1) = 0$

Do vậy

$$\begin{cases} x > 2 \\ \log_3 x - \frac{x-1}{2x-4} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ f(x) > f(3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < x < 2 \\ \log_3 x - \frac{x-1}{2x-4} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ f(x) < f(1) \end{cases}$$

0,25

$$\begin{cases} x > 2 \\ x > 3 \\ 0 < x < 2 \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ 0 < x < 1 \end{cases}$$

0,25

4**1,00**

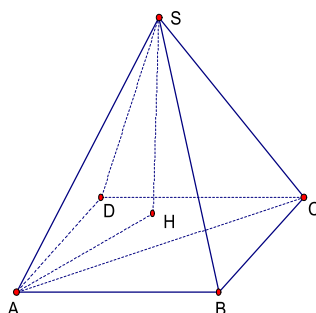
Ta có $I = \int_1^2 \frac{1-x^2}{x+x^3} dx = - \int_1^2 \frac{1-\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}+x} dx$

0,25

	Đặt $t = x + \frac{1}{x} \Rightarrow \begin{cases} dt = 1 - \frac{1}{x^2} dx \\ x = 1 \Rightarrow t = 2 \\ x = 2 \Rightarrow t = \frac{5}{2} \end{cases}$	0,25
	$\Rightarrow I = -\int_2^{\frac{5}{2}} \frac{dt}{t} = -\ln t \Big _2^{\frac{5}{2}}$	0,25
	$-\left(\ln \frac{5}{2} - \ln 2\right) = \ln \frac{4}{5}$	0,25

5

1,00



Gọi H là hình chiếu của S trên $ABCD$

$SA = SB = SC \Rightarrow HA = HB = HC \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

Gọi p là nửa chu vi tam giác $ABC \Rightarrow p = \frac{5+6+9}{2} = 10$

$\Rightarrow S_{ABC} = \sqrt{p(p-5)(p-6)(p-9)} = \sqrt{10.5.4.1} = 10\sqrt{2}$.

0,25

Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

$\Rightarrow HA = HB = HC = R$

Mặt khác $S_{ABC} = \frac{AB.AC.BC}{4R} \Rightarrow HA = R = \frac{AB.AC.BC}{4S_{ABC}} = \frac{5.6.9}{4.10\sqrt{2}} = \frac{27}{4\sqrt{2}}$

0,25

$\Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{27}{4\sqrt{2}}$

0,25

$S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 20\sqrt{2}$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}.20\sqrt{2}.\frac{27}{4\sqrt{2}} = 45$

0,25

6

1,00

Đặt $x = 2^a, y = 2^b, z = 2^c \Rightarrow \begin{cases} x, y, z \in (0; +\infty) \\ xyz = 1 \end{cases}$

0,25

Ta được $P = \frac{x}{x^4 + 2x^2 + 2y^2 + 7} + \frac{y}{y^4 + 2y^2 + 2z^2 + 7} + \frac{z}{z^4 + 2z^2 + 2x^2 + 7}$

Áp dụng bất đẳng thức cô si ta được:

$$x^4 + 1 + 1 + 1 \geq 4x; x^2 + y^2 \geq 2xy$$

$$\Rightarrow x^4 + 2x^2 + 2y^2 + 7 \geq 4x + 4xy + 4 = 4(x + xy + 1)$$

Chứng minh tương tự ta được $y^4 + 2y^2 + 2z^2 + 7 \geq 4(y + yz + 1);$

$$z^4 + 2z^2 + 2x^2 + 7 \geq 4(z + zx + 1)$$

$$P \leq \frac{1}{4} \left(\frac{x}{x + xy + 1} + \frac{y}{y + yz + 1} + \frac{z}{z + zx + 1} \right)$$

0,25

Mà $xyz = 1$ nên

$$\begin{aligned} & \frac{x}{x + xy + 1} + \frac{y}{y + yz + 1} + \frac{z}{z + zx + 1} \\ &= \frac{x}{x + xy + 1} + \frac{xy}{xy + xyz + x} + \frac{xyz}{xyz + x^2yz + xy} \\ &= \frac{x}{x + xy + 1} + \frac{xy}{xy + 1 + x} + \frac{1}{1 + x + xy} = 1 \end{aligned}$$

0,25

$$\Rightarrow P \leq \frac{1}{4}$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = y = z = 1 \Rightarrow a = b = c = 0$

0,25

Vậy $\max P = \frac{1}{4}$ đạt được khi $a = b = c = 0$

7a**1,00**

Δ vuông góc với đường thẳng (d) nên có phương trình dạng

$$x - 3y + m = 0$$

Thay $3y = x + m$ vào phương trình (E) ta được

$$4x^2 + (x + m)^2 = 36 \Leftrightarrow 5x^2 + 2mx + m^2 - 36 = 0(1)$$

0,25

Đường thẳng Δ cắt (E) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 180 - 4m^2 > 0 \Leftrightarrow m^2 < 45$$

Giả sử $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2) \Rightarrow y_1 = \frac{x_1 + m}{3}; y_2 = \frac{x_2 + m}{3}$

0,25

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + \left(\frac{x_1 - x_2}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{10}{9}}(x_1 - x_2)^2$$

$$(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1.x_2 = \left(\frac{-2m}{5}\right)^2 - 4\frac{m^2 - 36}{5} = \frac{720 - 16m^2}{25}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{\sqrt{10}}{15} \cdot \sqrt{720 - 16m^2}$$

$$d(O, \Delta) = \frac{|m|}{\sqrt{10}} \Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(O, \Delta) = \frac{|m| \cdot \sqrt{720 - 16m^2}}{30}$$

0,25

$$S_{OAB} = 3 \Leftrightarrow \frac{|m| \cdot \sqrt{720 - 16m^2}}{30} = 3$$

$$\Leftrightarrow 16m^4 - 720m^2 + 8100 = 0 \Leftrightarrow m^2 = \frac{90}{4} \Leftrightarrow m = \pm \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

(thỏa điều kiện $m^2 < 45$)

Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn bài toán: $x - 3y + \frac{3\sqrt{10}}{2} = 0$

$$x - 3y - \frac{3\sqrt{10}}{2} = 0$$

0,25

8a**1,00**

Mặt phẳng (P) đi qua O nên có phương trình dạng: $Ax + By + Cz = 0$
với $A^2 + B^2 + C^2 > 0$

$$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow 5A - 2B + 5C = 0 \Leftrightarrow B = \frac{5}{2}(A + C) \quad (1)$$

0,25

(P) tạo với (R) góc 45° nên

$$\cos 45^\circ = \frac{|A - 4B - 8C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \sqrt{1 + 16 + 64}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|A - 4B - 8C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot 9} \quad (2)$$

0,25

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow \sqrt{2}|A - 10(A + C) - 8C| = 9\sqrt{A^2 + \frac{25}{4}(A + C)^2 + C^2}$$

$$\Leftrightarrow 21A^2 + 18AC - 3C^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} C = -A \\ C = 7A \end{cases}$$

0,25

Với $C = -A$ chọn $A = 1, C = -1 \Rightarrow B = 0 \Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P) là $x - z = 0$

Với $C = 7A$ chọn $A = 1, C = 7 \Rightarrow B = 20 \Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P) là $x + 20y + 7z = 0$.

0,25

9a**1,00**

	$\text{Đặt } z = x + yi \ (x, y \in R) \Rightarrow \bar{z} = x - yi$ $\text{Ta có: } z - 1 = 1 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = 1 \quad (1)$	0,25
	$\text{Vì } (1 + i)(\bar{z} - 1) = (x + y - 1) + (x - y - 1)i;$ $(1 + i)(\bar{z} - 1) \text{ có phần ảo bằng 1 nên } x - y - 1 = 1 \Leftrightarrow x - 1 = y + 1 \quad (2)$	0,25
	$\text{Thay (2) vào (1) ta được: } (y + 1)^2 + y^2 = 1 \Leftrightarrow 2y^2 + 2y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = -1 \end{cases}$	0,25
	$\text{Với } y = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow z = 2$ $\text{Với } y = -1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow z = 1 - i$ $\text{Vậy có 2 số phức là } z = 2 \text{ và } z = 1 - i$	0,25
7b		
	Ta có $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$ $\Rightarrow \text{Đường tròn nội tiếp tam giác } ABC \text{ có tâm } I(-1; 2), \text{ bán kính } R = 5$	0,25
	$\vec{IA} = (5; -15), \text{ tam giác } ABC \text{ cân tại đỉnh } A(4; -13) \Rightarrow IA \perp BC$ $BC \text{ có phương trình dạng } x - 3y + m = 0$ $\text{Vì } I \text{ và } A \text{ nằm cùng phía đối với } BC \text{ nên}$ $(-1 - 6 + m) \cdot (4 + 39 + m) > 0 \Leftrightarrow (m - 7) \cdot (m + 43) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 7 \\ m < -43 \end{cases}$	0,25
	$\text{Ta có } d(I; BC) = 5 \Leftrightarrow \frac{ -1 - 6 + m }{\sqrt{10}} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 + 5\sqrt{10} \\ m = 7 - 5\sqrt{10} \end{cases}$	0,25
	$\text{Vậy } m = 7 + 5\sqrt{10} \Rightarrow BC \text{ có phương trình } x - 3y + 7 + 5\sqrt{10} = 0$	0,25
8b		
	$\text{Vì } A \in d_1; B \in d_2 \Rightarrow A(-1 + a; -2 + 2a; a), B(2 + 2b; 1 + b; 1 + b), \text{ ta có}$ $\vec{AB} = (-a + 2b + 3; -2a + b + 3; -a + b + 1)$ $(P) \text{ có véc tơ pháp tuyến } \vec{n} = (1; 1; -2)$	0,25
	$AB // (P) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AB} \perp \vec{n} \\ A \notin (P) \end{cases}$ $\vec{AB} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \vec{AB} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow -a + 2b + 3 - 2a + b + 3 + 2a - 2b - 2 = 0 \Leftrightarrow b = a - 4$ $\Rightarrow \vec{AB} = (a - 5; -a - 1; -3)$	0,25
	Do đó: $AB = \sqrt{(a - 5)^2 + (-a - 1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{2a^2 - 8a + 35} = \sqrt{2(a - 2)^2 + 27} \geq 3\sqrt{3}$	0,25

	<p>Suy ra: $\min AB = 3\sqrt{3}$, đạt được khi $a = 2 \Rightarrow A(1; 2; 2)$, $\overline{AB} = (-3; -3; -3)$ $A(1; 2; 2) \notin (P)$</p> <p>Vậy, phương trình đường thẳng (d) là: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$.</p>	0,25
9b		1,00
	<p>Đặt $z = x + yi, (x; y \in R)$. $\Rightarrow \frac{z-i}{z+i} = \frac{x^2 + y^2 - 1}{x^2 + (y+1)^2} + \frac{-2x}{x^2 + (y+1)^2}i$</p>	0,25
	<p>$\frac{z-i}{z+i}$ có một acgumen bằng $\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 + y^2 - 1}{x^2 + (y+1)^2} = 0 \\ \frac{-2x}{x^2 + (y+1)^2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x < 0 \end{cases} (1)$</p>	0,25
	<p>Lại có $z+1 = \bar{z}-i \Leftrightarrow (x+1)+y = x-(y+1)i$ $\Leftrightarrow (x+1)^2 + y^2 = x^2 + (y+1)^2 \Leftrightarrow x = y (2)$</p>	0,25
	<p>Từ (1) và (2) suy ra $x = y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow z = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$</p>	0,25

Lưu ý khi chấm bài:

-Đáp án trình bày một cách giải gồm các ý bắt buộc phải có trong bài làm của học sinh.

Khi chấm nếu học sinh bỏ qua bước nào thì không cho điểm bước đó.

-Nếu học sinh giải cách khác, giám khảo căn cứ các ý trong đáp án để cho điểm.

-Trong bài làm, nếu ở một bước nào đó bị sai thì các phần sau có sử dụng kết quả sai đó không được điểm.

-Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

----- **Hết** -----